2023年高考二轮复习数学专题

第一讲　三角函数的图象与性质

真题感悟

1．(2021·全国乙卷)把函数 $y=f(x)$图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$的图象，则 $f(x)=$(　　)

A．$\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12}\right)$

B．$\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$

C．$\sin\left(2x-\frac{7\pi}{12}\right)$

D．$\sin\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)$

2．(2021·新高考Ⅰ卷)下列区间中，是函数 $f(x)=7\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 单调递增区间的是(　　)

A. $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$

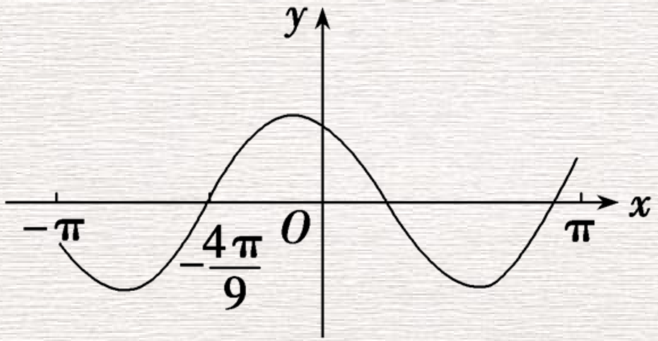
B. $\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$

C. $\left(\pi,\ \frac{3\pi}{2}\right)$

D. $\left(\frac{3\pi}{2},\ 2\pi\right)$

3．(2020·全国Ⅰ卷)函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$在$[-\pi，\pi]$的图象大致如图所示，

则 $f(x)$的最小正周期为(　　)



A. $\frac{10\pi}{9}$

B. $\frac{7\pi}{6}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{2}$

4．(2022·北京卷)已知函数 $f(x)=\cos^2x-\sin^2x$，则(　　)

A．$f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right)$上单调递减

B．$f(x)$在$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right)$上单调递增

C．$f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上单调递减

D．$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12}\right)$上单调递增

5．(2022·新高考全国Ⅰ卷)记函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+b\ (\omega>0)$ 的最小正周期为 T.若 $\frac{2\pi}{3}<T<\pi$，且 $y=f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}，2\right)$ 中心对称，则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=$ (　　)

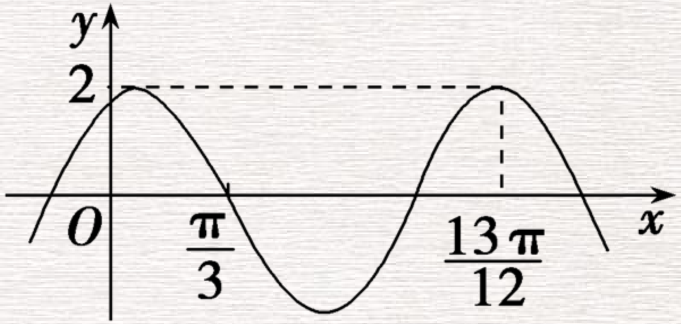
A．1

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D．3

6．(2021·全国甲卷)已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$的部分图象如图所示，则满足条件$\left(f(x)-f\left(-\frac{7\pi}{4}\right)\right)\left(f(x)-f\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)>0$ 的最小正整数 x 为________.

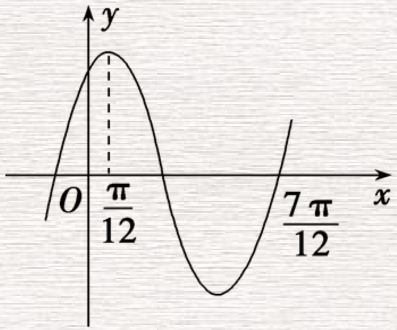


把脉考情

- **考什么** 1.图象变换(三角函数图象的平移、伸缩变换).2.图象识别(辨别函数图象，求解析式中参数值).3.图象性质应用(判断零点个数、解不等式、考查最值、周期性、单调性、奇偶性、对称性等).
- **新动向** 2023年高考预测继续会以选择题、填空题形式考查三角函数的图象变换、性质及应用，以及直观想象与数学运算核心素养．常与三角恒等变换交汇命题.

题型一　三角函数的图象及应用　自主探究

1．(2022·合肥模拟)函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0，\omega>0，|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，且 $f(0)=1$，则 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$的值为(　　)



A．-1　　　　B．$-\dfrac{1}{2}$

C．$-\sqrt{2}$　　　　D．$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2．要得到 $y=\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象，只需将 $y=\sin\ \frac{1}{2}x$ 的图象(　　)

A．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C．向左平移$\frac{4\pi}{3}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{4\pi}{3}$个单位长度

方法总结　由“图”定“式”找“对应”的方法

由三角函数的图象求解析式 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+B(A>0，\omega>0)$中参数的值，关键是把握函数图象的特征与参数之间的对应关系，基本依据就是“五点法”作图.

(1)最值定 A，B：根据给定的函数图象确定最值，设最大值为 M，最小值为 m，则 $M=A+B$，$m=-A+B$，解得 $B=\frac{M+m}{2}$，$A=\frac{M-m}{2}$.

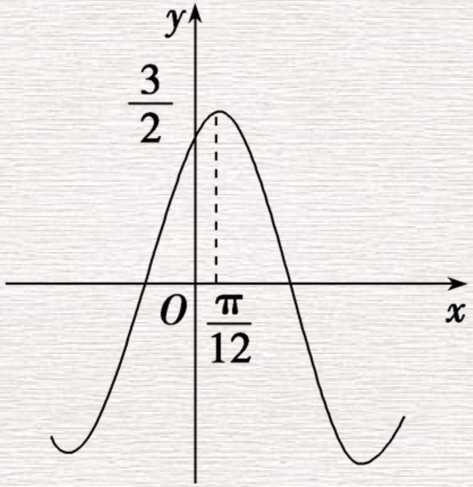
(2)T定ω：由周期的求解公式$T=\frac{2\pi}{\omega}$，可得$\omega=\frac{2\pi}{T}$.

(3)点坐标定φ：一般运用代入法求解φ值，注意在确定φ值时，往往以寻找“五点法”中的某一个点为突破口，即“峰点”“谷点”与三个“中心点”.

题型二 三角函数的性质及应用 **合作探究**

典例突破

[典例] (1)(2022·郑州模拟)已知函数 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)\left(A>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则下列说法错误的是(　　)



A. 函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

B. 函数$f(x)$的图象关于$\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$中心对称

C. 函数$g(x)=\sqrt{3}\cos 2x$ 的图象可由函数$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度得到

D. 函数$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$上单调递减

(2)(2022·兰州模拟)已知 $f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$在$[a, b]$上单调，且值域为$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$，$b-a=\pi$，则$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=$(　　)

A．1

B.$\frac{\sqrt{3}}{4}$

C.$\frac{1}{2}$

D.$\frac{1}{4}$

- 方法总结 1.求函数单调区间的方法

- (1)代换法：求形如$y=A\sin(\omega x+\varphi)$(或$y=A\cos(\omega x+\varphi)$)($A$，$\omega$，$\varphi$为常数，$A\neq 0$，$\omega>0$)的单调区间时，令$\omega x+\varphi=z$，得$y=A\sin z$(或$y=A\cos z$)，然后由复合函数的单调性求得.
- (2)图象法：画出三角函数的图象，结合图象求其单调区间.

2．判断对称中心与对称轴的方法

利用函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的对称轴一定经过图象的最高点或最低点，对称中心一定是函数的零点这一性质，通过检验$f(x_0)$的值进行判断.

3．求三角函数周期的常用结论

(1)$y=A\sin(\omega x+\varphi)$和 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$的最小正周期为$\dfrac{2\pi}{|\omega|}$，$y=\tan(\omega x+\varphi)$的最小正周期为$\dfrac{\pi}{|\omega|}$.

(2)正弦曲线、余弦曲线相邻两对称中心、相邻两对称轴之间的距离是$\frac{1}{2}$个周期，相邻的对称中心与对称轴之间的距离是$\frac{1}{4}$个周期；正切曲线相邻两对称中心之间的距离是$\frac{1}{2}$个周期.

- 4．求解与三角函数性质有关的参数范围问题注意以下两个策略
- (1)要有整体思想意识．将$\omega x+\varphi$看作整体研究相关的单调性、奇偶性、对称性等．
- (2)要注意数形结合思想的应用，结合图象建立不等关系是关键．

集训冲关

1. (2022·浦东新区校级月考)下列说法正确的是(　　)

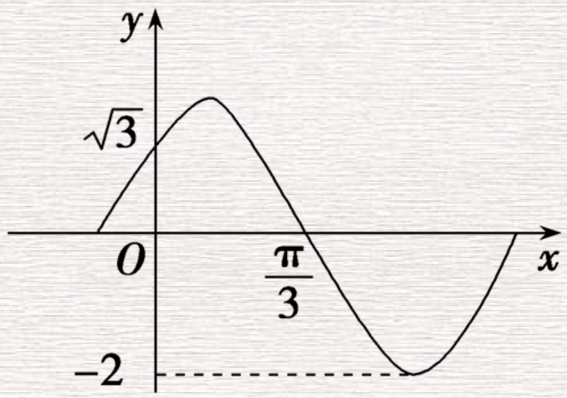
A. 函数 $y=\sin x$ 在第一象限内是严格增函数

B. 函数 $y=\cos x$ 的图象是中心对称图形

C. 函数 $y=\tan x$ 在其定义域中是严格的增函数

D. 函数 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 是周期函数

2．(2022·葫芦岛模拟)已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0，\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象如图所示，将 $y=f(x)$的图象向右平移 $\theta(\theta>0)$个单位长度，使新函数为偶函数，则 θ 的最小值为(　　)



A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{12}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

- 方法总结 1.三角函数和平面向量的综合问题是近几年高考数学的一个新的视角．求解这类问题，既要求我们具有娴熟的三角恒等变换技能，又要求我们能熟练地进行平面向量的数乘运算和数量积运算．
- 2．平面向量与三角函数的综合问题的解题思路
- 利用向量运算将问题转化为三角函数的问题或三角恒等变换的问题是常规的解题思路．以向量为载体考查解三角形问题时，要注意正弦定理、余弦定理等知识的应用．